



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**(геометрия)**  
**10-11 класс**  
**(углубленный уровень освоения)**

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Настоящая рабочая программа по геометрии (профильный уровень) для 10-11 классов составлена на основе Сборника рабочих программ для общеобразовательных учреждений: базовый и углубленный уровень. Геометрия 10-11 классы. Углубленный уровень. Автор А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик (Программы общеобразовательных учреждений. Геометрия. 10-11 классы. Составитель Бурмистрова Т. А. Москва «Просвещение»).

**Учебники:**

Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. и др. Геометрия (углубленный уровень)	10	Просвещение	1.3.4.2.1.1
Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. и др. Геометрия (углубленный уровень)	11	Просвещение	1.3.4.2.1.4

**ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

**Цели.**

Изучение геометрии в 10 классе и 11 классе направлено на достижение следующих целей:

- **формирование** представлений об идеях и методах математики; о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов;
- **овладение** устным и письменным математическим языком, математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения школьных естественно-научных дисциплин, для продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;
- **развитие** логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения, развитие математического мышления и интуиции, творческих способностей, необходимых для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложений в будущей профессиональной деятельности;
- **воспитание** средствами математики культуры личности через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей; понимания значимости математики для общественного прогресса.

**Задачи:**

- научить работать с книгой;
- базировать изучение курса стереометрии в сочетании наглядности и логической строгости;
- осуществлять индивидуальный подход к учащимся;
- сформировать устойчивый интерес к предмету;
- обеспечить прочное и сознательное овладение системой знаний и умений.

**ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ**

**В результате изучения геометрии ученик должен:**

**знать/понимать:**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;

- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
  - значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
  - возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
  - в универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
  - различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
  - роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
  - вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

## ГЕОМЕТРИЯ

### Уметь:

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения.

### Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

## МЕСТО ПРЕДМЕТА В БАЗИСНОМ УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

Базисным учебным планом на изучение геометрии на углубленном уровне отводится в 10 классе 3 часа в неделю (102 часа в год), в 11 классе - 3 часа в неделю (102 часа в год).

### Сетка часов

Класс	Количество часов всего
10	102
11	102
	204

## ОСНОВНО СОДЕРЖАНИЕ

### Геометрия на плоскости

- Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление

биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

- Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.
- Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма.
- Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.
  - Геометрические места точек.
- Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.
  - Теорема Чевы и теорема Менелая.
- Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.

Неразрешимость классических задач на построение.

#### Прямые и плоскости в пространстве

Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

• Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

• Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.

#### Многогранники

- Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.
- Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.
- Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.
- Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.
- Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная).
  - Сечения многогранников. Построение сечений.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

#### Тела и поверхности вращения

Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник; сфера, описанная около многогранника.

• Цилиндрические и конические поверхности.

#### Объемы тел и площади их поверхностей

• Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.

Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

#### Координаты и векторы

- Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости. и Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

### 10 КЛАСС

#### 1. Введение(1 час)

Основная цель — ориентировать десятиклассников в предмете стереометрии, дать необходимые указания о работе с учебником, восстановить представления о простейших многогранниках, рассматривавшихся в основной школе, дать простейшие необходимые правила изображения на плоскости пространственных фигур.

Во Введении приводится сжатое изложение александровской концепции школьного курса геометрии. Его обязательно надо прочесть ученикам, а если это посчитает нужным учитель, то обсудить в классе.

#### 2. Основания стереометрии (18 часов)

Аксиомы стереометрии. Способы задания прямых и плоскостей в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Основные теоремы о треугольниках и их применение к вычислению высот, медиан и биссектрис треугольника. Теоремы Чевы и Менелая. Параллельное и центральное проектирования. Утверждения существования и единственности. Построения на плоскости. Метод геометрических мест. Методы преобразований. Построения в пространстве. Построение пирамид и призм.

Основная цель — привитие логической культуры мышления и знакомство с ролью аксиоматики в математике на примере построения начальных предложений стереометрии на аксиоматической основе; развитие практического понимания геометрии, ее возможностей для описания свойств и признаков реальных предметов и их взаимного расположения; повторение важнейших теорем геометрии треугольника и знакомство с более трудными вопросами геометрии треугольника.

Построение фигур с теми или иными заданными свойствами — первая и важнейшая задача геометрии. Основной предмет школьного курса геометрии — важнейшие геометрические фигуры. Их надо построить, начиная с самых простых, а затем постепенно переходя к более сложным. Уже в аксиоматике стереометрии и в самых первых теоремах говорится о возможности «построить» ту или иную фигуру: через три данные точки проходит плоскость, через две данные точки проходит прямая, через две пересекающиеся прямые проходит плоскость и т. п. Слово «проходит» в этих утверждениях возможно заменить словами «можно провести», подчеркивая их конструктивный характер. В главе 1 речь идет не только о построении (существовании) прямых и плоскостей, но и о построении пирамид и призм, а также обсуждаются общие вопросы геометрических построений на плоскости и в пространстве.

В Обязательный минимум содержания профильного курса геометрии включен обширный раздел «Геометрия на плоскости». Если весь этот раздел изучать одним блоком в начале 10 класса, то такое изучение может занять целое полугодие и существенно сократит изучение важнейшего предмета курса геометрии старших классов — стереометрии, что нежелательно. Поэтому весь этот планиметрический материал помещен в конце учебника «Геометрия, 10». Учитель в зависимости от конкретных обстоятельств может сам решать, когда изучать этот материал. Авторам казалось бы разумным разделить его на три части, первую из которых, связанную с треугольниками, геометрическими

местами и методами построений, изучать вместе с материалом главы 1.

Аксиома расстояния позволяет уже в начале курса дать определения понятий «равенство фигур» и «подобие фигур» в общем случае.

### 3. Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей (24 часа)

Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Связь между перпендикулярностью прямой и плоскости и параллельностью прямых. Основные теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости. Угол между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей. Параллельность плоскостей. Параллельность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование.

Основная цель — изучение важнейших отношений между прямыми и плоскостями — отношений перпендикулярности и параллельности, дальнейшее развитие пространственных представлений учеников и практического понимания ими геометрии.

Центральная в курсе 10 класса тема «Перпендикулярность и параллельность прямых и плоскостей» продолжает линию геометрии построений. Перпендикулярность и параллельность — два важнейших отношения геометрии. Перпендикулярность — это метрическое понятие, параллельность — аффинное. В окружающей нас реальности присутствуют прежде всего метрические отношения. Поэтому авторы, стремясь всегда подчеркнуть практическую сторону геометрии, в этой теме сначала изучают отношения перпендикулярности (важнейшим из них является отношение перпендикулярности прямой и плоскости), а затем переходят к отношению параллельности. При таком подходе окажется, что многие теоремы о параллельности являются простыми следствиями теорем о перпендикулярности. Теоремы о перпендикулярности и параллельности А. Д. Александров назвал «строительной геометрией».

### 4. Расстояния и углы (20 часов)

Расстояние от точки до фигуры. Теорема о ближайшей точке. Расстояние между фигурами. Общие перпендикуляры. Пространственная теорема Пифагора. Угол между лучами. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол и угол между плоскостями.

Основная цель — начать линию вычислений в стереометрии для расстояний и углов.

Понятие расстояния от точки до фигуры позволяет легко доказать теорему о ближайшей точке, частным случаем которой является теорема о трех перпендикулярах, и рассмотреть параллельность двух фигур как постоянство расстояний от точек одной фигуры до другой (что и важно для практики). Столь же важно для практики и понятие расстояния между двумя фигурами. Пространственная теорема Пифагора помогает вычислять расстояния. Изучение углов между прямыми и плоскостями завершает эту тему. Отметим, что понятия сонаправленности лучей и угла между лучами существенно упрощают изучение углов между векторами и делают его вполне корректным.

### 5. Пространственные и плоские фигуры и тела (30 часов)

Сфера и шар. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость сферы. Симметрия сферы и шара. Опорная плоскость. Выпуклые фигуры. Цилиндр. Конус. Усеченный конус. Конические сечения. Эллипс, гипербола и парабола как геометрические места точек. Окружности и углы. Пропорциональность отрезков хорд и секущих окружностей. Теорема о касательной и секущей. Вписанные и описанные четырехугольники.

Основная цель — познакомить учащихся с простейшими свойствами пространственных фигур вращения (сферы и шара, цилиндра и конуса), с их плоскими сечениями,

а также рассмотреть те планиметрические вопросы, которые входят в Стандарты и связаны с окружностью.

Изучение сферы и шара, цилиндра и конуса в учебнике «Геометрия, 10» предшествует изучению многогранников в учебнике «Геометрия, 11», так как строение фигур вращения проще строения многогранников: фигуры вращения характеризуются плоской фигурой —

своим меридианом (т. е. фигуры вращения как бы двумерны), а для многогранников такой характеристики нет — многогранники, по существу, трехмерны, они сложнее фигур вращения. Стереометрический материал этой темы во многом описательный, теорем в нем мало. В этой теме начинается обсуждение важного вопроса о симметрии фигур.

Построение пирамид и призм в теме «Основания стереометрии» подсказывает, как конструктивно можно определить цилиндры и конусы с произвольным основанием, взяв в качестве их основания любую плоскую фигуру  $F$ . Чтобы построить цилиндр, надо из всех точек фигуры  $F$  провести параллельные и равные друг другу отрезки, не лежащие в плоскости этой фигуры. Эти отрезки и заполнят цилиндр, основанием которого является фигура  $F$ ; сами отрезки называются образующими этого цилиндра. Чтобы построить конус с основанием  $F$  и с вершиной в некоторой точке  $P$  (не лежащей в плоскости фигуры  $F$ ), надо точку  $P$  соединить отрезками со всеми точками фигуры  $F$ . Эти отрезки и заполнят конус с вершиной  $P$  и основанием  $F$ .

Теперь призму (пирамиду) можно определить как цилиндр (конус), основанием которого является многоугольник. Важно отметить, что при таком подходе не требуется сложное понятие многогранника.

Из общих свойств цилиндров и конусов доказываются лишь простые теоремы об их сечениях плоскостями, параллельными их основаниям. Выделяются прямые цилиндры как цилиндры, образующие которых перпендикулярны плоскости их основания. Прямые цилиндры затем сыграют важную роль в теории объемов. Традиционный цилиндр вращения — это прямой цилиндр, основание которого — круг. А традиционный конус вращения — это конус, основание которого — круг и вершина которого проектируется в центр основания. Общая точка зрения на цилиндры и конусы и конструктивный подход к их определению делают соответствующий им раздел в школьном курсе стереометрии простым и наглядным. Такой подход существенно облегчит вычисление объемов тел в 11 классе. В параграфе, посвященном конусу, рассматриваются конические сечения.

Завершается курс геометрии 10 класса изучением тех планиметрических вопросов, включенных сейчас в Стандарты профильного уровня курса геометрии в старших классах, которые связаны с окружностью.

Резерв (9 часов) Повторение изученного в 10-ом классе.

Оставшиеся часы возможно потратить на изучение тех вопросов, которые помещены в качестве дополнений к параграфам учебника «Геометрия, 10», например «Трехгранные углы», «Сферические треугольники», «Выпуклые тела» и т. п.

## 11 КЛАСС

### 1. Многогранники (22 часа)

Многогранник и его элементы. Два подхода к определению понятия «многогранник». Многогранная поверхность и развертка. Призма как частный случай цилиндра. Правильная призма. Параллелепипед. Пирамида как частный случай конуса. Правильная пирамида. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Многогранные углы. Правильные многогранники. Симметрия правильных многогранников, правильных призм и правильных пирамид. Полуправильные многогранники.

Основная цель — определить понятие многогранника как тела, ограниченного конечным числом многоугольников, а также дать равносильное этому определению конструктивное определение как телу, составленному из тетраэдров, рассмотреть наиболее важные частные случаи многогранников и их симметрии, доказать теорему Эйлера.

Чтобы конструктивно определить призмы и пирамиды, общего понятия многогранника не требуется. Оно понадобится для определений выпуклых многогранников, правильных многогранников и т. д.

При изучении многогранников большое внимание уделяется их симметрии.

## 2. Объемы тел (12 часов)

Объемы простых тел. Зависимость объема тела от площадей его сечений (представление объема интегралом). Объемы цилиндра (призмы), конуса (пирамиды), шара, тел вращения. Изменение объема при подобии.

Основная цель — определить понятие объема простого тела и вывести формулы для вычисления объемов важнейших тел.

Вопрос об объеме тела трудный, и точное его решение выходит за рамки элементарной геометрии. Поэтому в школьном учебнике «Геометрия, 11» для получения необходимых результатов используются и наглядно очевидные соображения. Сначала устанавливается, что объем прямого цилиндра с произвольным основанием равен произведению площади основания цилиндра на его высоту. Затем с помощью этого предложения доказывается, что объем равен интегралу от площади его поперечных сечений. Умея вычислять площади поперечных сечений важнейших тел, находим их объемы.

## 3. Поверхности и их площади (12 часов)

Основная цель — познакомить учеников с понятиями поверхности и геометрии на поверхности (т. е. с внутренней геометрией поверхности), дать определение площади выпуклой поверхности и вывести формулы для вычисления площадей сферы, цилиндра и конуса, познакомить учеников с элементами сферической геометрии. Строгое решение вопроса об измерении площади поверхности выходит за рамки элементарной геометрии. Поэтому в учебнике «Геометрия, 11» в этой теме тоже опираются на наглядно очевидные положения. Трудность этого вопроса даже для выпуклых поверхностей иллюстрирует пример Шварца, приведенный в учебнике «Геометрия, 11». Измеряя площади выпуклых поверхностей, аппроксимируют их описанными вокруг них многогранниками, но для конусов и цилиндров можно рассмотреть и их развертки. В этой теме рассказывается и о таких вещах, которые лежат за рамками традиционной эвклидовой геометрии, например об односторонних и двусторонних поверхностях, о картографической проблеме.

## 4. Векторы и координаты (21 час)

Понятие вектора. Сонаправленность и равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по базису. Векторный метод. Координаты вектора. Действия с векторами и действия с координатами. Скалярное умножение векторов. Векторное умножение векторов. Декартовы координаты в пространстве. Метод координат. Формула для расстояния между точками. Уравнение сферы. Уравнение плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

Основная цель — познакомить выпускников средней школы с методом координат и векторным методом.

Идеи и методы современной геометрии в ПЕКОЛЬНОМ курсе геометрии — это метод преобразований, метод координат и векторный метод. В курсе основной школы они уже рассматривались. Так что с идейной стороны изучение этих вопросов в курсе стереометрии ничего нового не дает.

Векторы и координаты по природе своей многомерны. В учебнике «Геометрия, 11» многие вопросы рассматриваются по аналогии с соответствующими планиметрическими вопросами. При этом происходит повторение темы «Векторы и координаты», изученной еще в основной школе, но на стереометрическом материале. Существенным расширением в этой теме является изучение векторного умножения векторов, нужного в курсе физики в классах с углубленным изучением физики.

## 5. Преобразования. Движения (13 часов)

Преобразования фигур. Движения и равенство фигур. Частные виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой, классификация движений. Общее понятие симметрии, группа симметрии.

Основная цель — дать теорию движений пространства: доказать общие свойства движений, изучить частные виды движений, доказать классификационные теоремы, рассмотреть симметрию фигур.



В этой теме движения становятся не методом исследований в геометрии, а предметом самостоятельного изучения. Важность этой темы для современного углубленного курса геометрии в том, что она аналогична исследованию функций в математическом анализе.

6. Заключение и итоговое повторение (22 часа)

Современная геометрия (геометрия на поверхности, геометрия Лобачевского, многомерные пространства). Основания геометрии. Геометрия и действительность.

Основная цель — дать представление выпускникам средней школы о геометрии как о живой, развивающейся науке, исследующей окружающий нас мир, а не как о застывшем мертвом предмете, а также подготовить выпускников к итоговой аттестации.